## Integrali doppi su domini il cui bordo è una curva semplice chiusa

EffeDiX può determinare **approssimazioni numeriche** di integrali doppi su domini il cui bordo è una curva parametrica semplice chiusa

$$\gamma(t) = (x(t), y(t)) \quad \text{con } t \in [a, b]$$

(una curva semplice chiusa è una curva continua tale che il punto *(x(t), y(t))* non torni mai su se stesso al variare di *t* con l'unica eccezione del punto di chiusura *γ(a)=γ(b))*. L'opzione da utilizzare è: *Calcolo – Integrale doppio – Su dominio il cui bordo è una curva chiusa parametrica*. E' inoltre possibile tracciare tale curva parametrica.

L'algoritmo utilizzato fornisce, in generale, valori accuratissimi. E' importante verificare che la funzione integranda *h(x,y)* sia definita su tutto il dominio d'integrazione, in caso contrario il risultato fornito potrebbe non essere attendibile.
La logica dell'algoritmo è la seguente: (1) si approssima la curva con un poligono con centinaia di lati, (2) si genera una triangolazione del poligono, (3) si usa l'algoritmo di quadratura *Dunavant 61* per integrare la funzione su ciascun triangolo (si valutano 61 punti interni al triangolo, ciascuno con un peso), (4) si sommano i risultati di tali integrazioni.

Esaminiamo alcuni esempi.

### Esempio 1

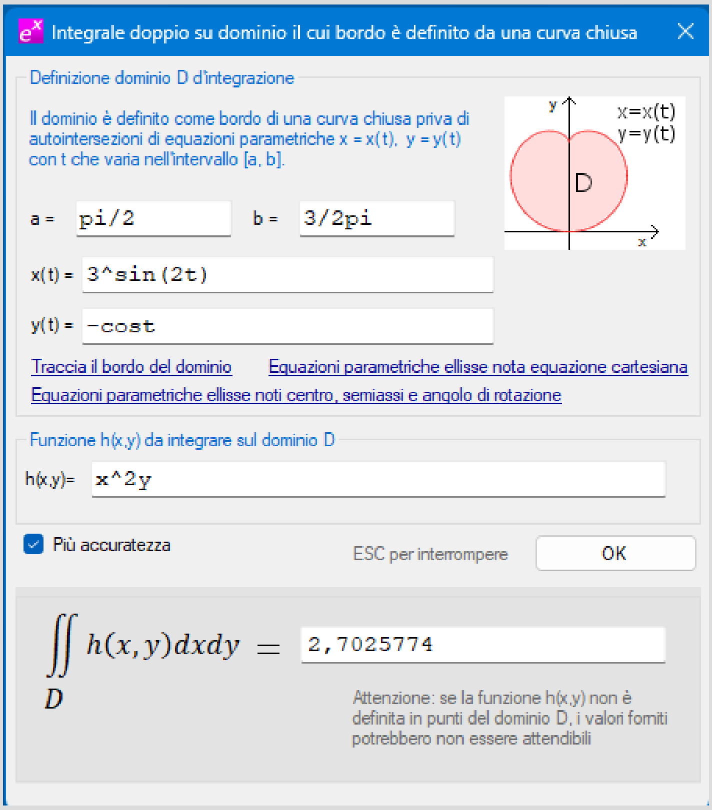
Calcolare l'integrale

$$\iint_D x^2 y \, dx \, dy$$

dove *D* è il dominio di $\mathbb{R}^2$ il cui bordo è la curva chiusa

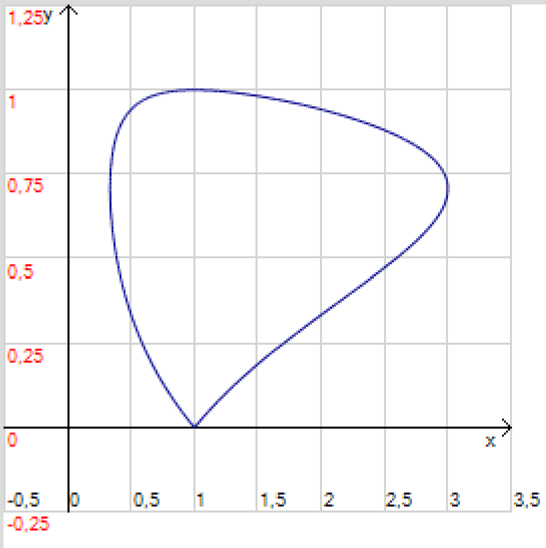
*x(t) = 3^sin(2t), y(t)=-cos t*
con *pi/2 ≤ t ≤ 3pi/2*

La figura a fianco mostra la finestra di impostazione.




Il risultato fornito da EffeDiX è 2,7025774 e si legge in basso nella parte grigia a sola lettura della finestra; l'ultima cifra viene, come al solito, arrotondata. Tale risultato è identico a quello che si ottiene con Mathematica (Wolfram).

Per tracciare la curva che individua il dominio utilizzare l'opzione *Traccia il bordo del* *dominio* che si trova nella stessa finestra di impostazione (vedi figura a fianco); poiché tale opzione interagisce con la finestra principale è opportuno non massimizzare quest'ultima in modo che tutte le finestre aperte restino in primo piano (comunque potete sempre richiamare l'ultima finestra aperta facendo clic sul pulsante in alto a destra della finestra principale).




**Esempio 2**

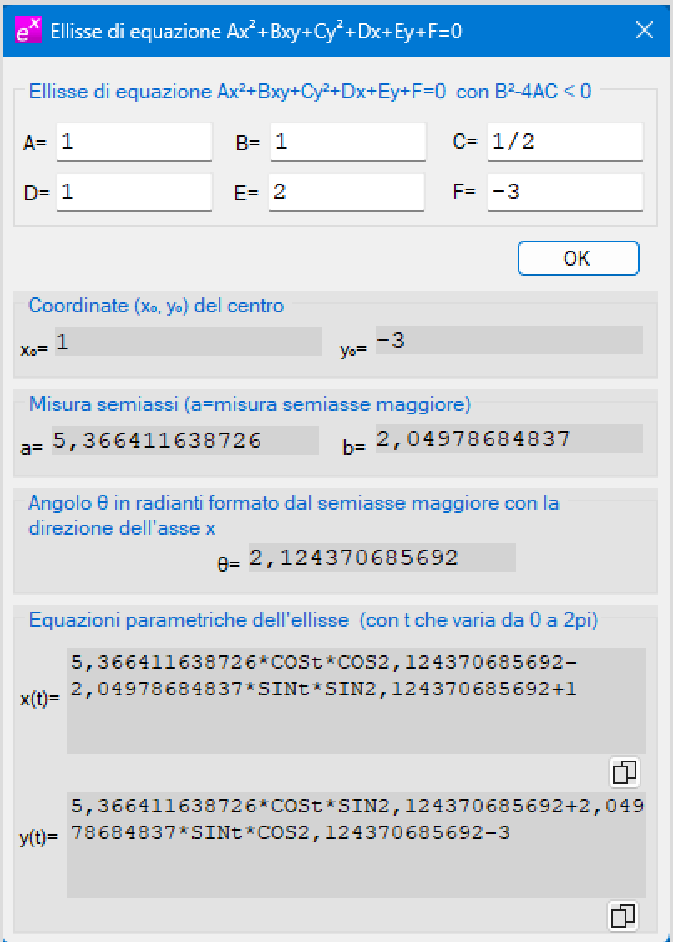
Calcolare l'integrale

$$\iint_D (x^2 - xy^2)\,dx\,dy$$

dove $D$ è il dominio di $\mathbb{R}^2$ il cui bordo è l'ellisse di equazione cartesiana

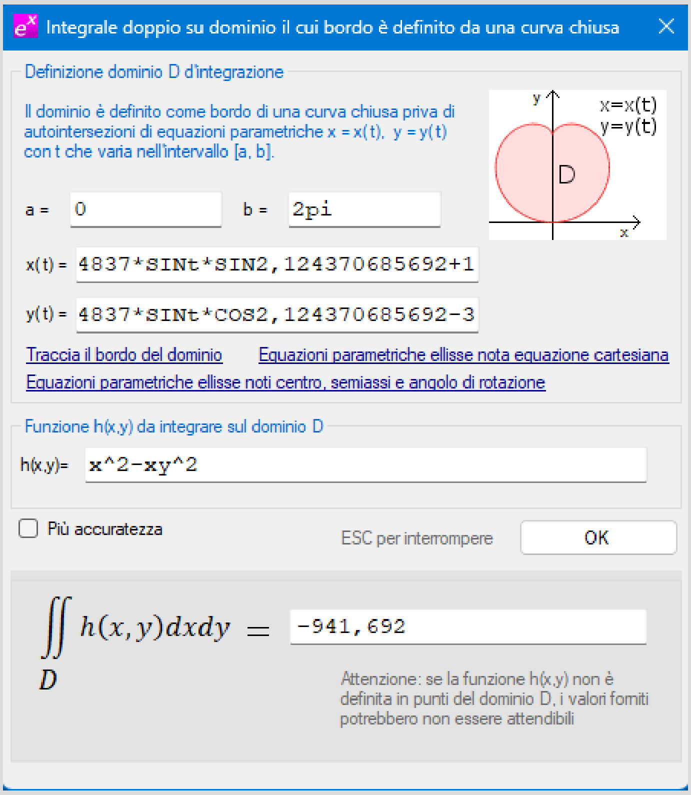
$$x^2+xy+y^2/2+x+2y-3=0$$

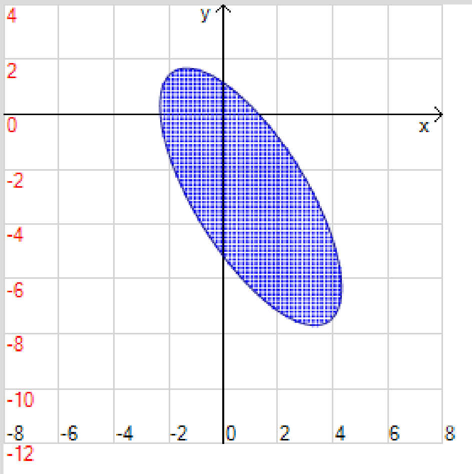
Il primo passo consiste nel ricavare le equazioni parametriche dell'ellisse, userete l'opzione *Oggetti grafici – Ellisse – Di equazione $Ax^2+Bxy+Cy^2+Dx+Ey+F=0$;* la figura a fianco mostra la finestra d'impostazione, dopo aver dato l'ok copierete le equazioni parametriche nei relativi campi a sola lettura.




Ora potrete integrare la funzione data, la figura seguente mostra la finestra d'impostazione. Il risultato fornito da EffeDiX, -941,692, coincide con quello fornito da Mathematica (Wolfram).

Se volete tracciare i punti interni all'ellisse (come in figura) utilizzate l'opzione *Oggetti grafici – Luogo di punti*.



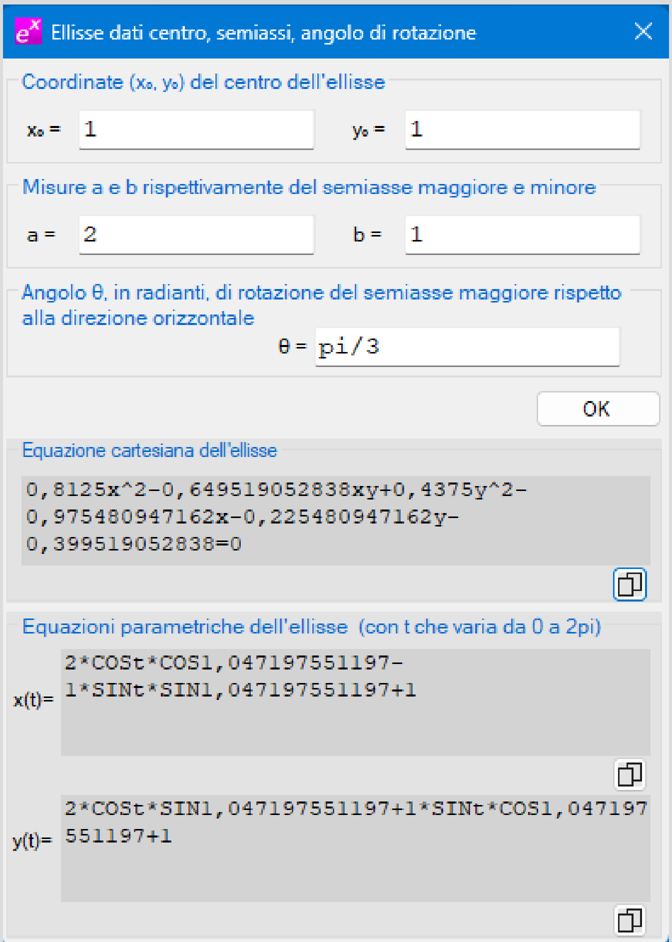
## Esempio 3

Calcolare l'integrale

$$\iint_D (x^2\, y^3)\, dx\, dy$$

dove $D$ è il dominio di $\mathbb{R}^2$ il cui bordo è l'ellisse di centro (1, 1), semiassi maggiore e minore rispettivamente di lunghezze 2 e 1 e l'asse maggiore ruotato di 60° rispetto alla direzione orizzontale.

Il primo passo consiste nel ricavare le equazioni parametriche dell'ellisse, userete l'opzione *Oggetti grafici – Ellisse – Dati centro, semiassi, angolo di rotazione;* la figura a fianco mostra la finestra d'impostazione, dopo aver dato l'ok copierete le equazioni parametriche nei relativi campi a sola lettura.




Ora potrete integrare la funzione data, la figura seguente mostra la finestra d'impostazione. Il risultato fornito da EffeDiX, 50,3399, coincide con quello fornito da Mathematica (Wolfram).

Se volete tracciare i punti interni all'ellisse (come in figura) utilizzate l'opzione *Oggetti grafici – Luogo di punti*.