

## Equazioni differenziali del secondo ordine<sup>1</sup>

Vediamo come procedere per tracciare la soluzione di un'equazione differenziale del secondo ordine posta nella forma

$$y'' = f(x, y, y')$$

con le condizioni iniziali  $y(x_0) = y_0$ ,  $y'(x_0) = m$  (problema di Cauchy).

Utilizzeremo l'opzione *Curva integrale - Soluzione EDO secondo ordine*.

Consideriamo ad esempio l'equazione

$$x''(t) = 2x'(t) - 2x(t) + t$$

con le condizioni iniziali  $t_0 = 1$ ,  $x(t_0) = 2$ ,  $x'(t_0) = 3/2$  e cerchiamo una soluzione nell'intervallo  $[-3, 3]$ . Qui la funzione incognita è la funzione  $x(t)$ .

Prima di tutto dovremo portare l'equazione nella forma standard accettata da EffeDiX:

$$y'' = 2y' - 2y + x$$

con le condizioni iniziali  $x_0 = 1$ ,  $y(x_0) = 2$ ,  $y'(x_0) = 3/2$ . Qui la funzione incognita è la funzione  $y(x)$  che però dovremo indicare con la sola lettera  $y$ . Poi cominceremo a tracciare la soluzione con passo negativo, ad esempio con passo  $-0,1$ ; imposteremo allora 40 passi in modo che  $x$ , il cui valore iniziale è  $x_0 = 1$ , vari da 1 a  $-3$ . Vedete le impostazioni e il grafico della soluzione nella schermata seguente.

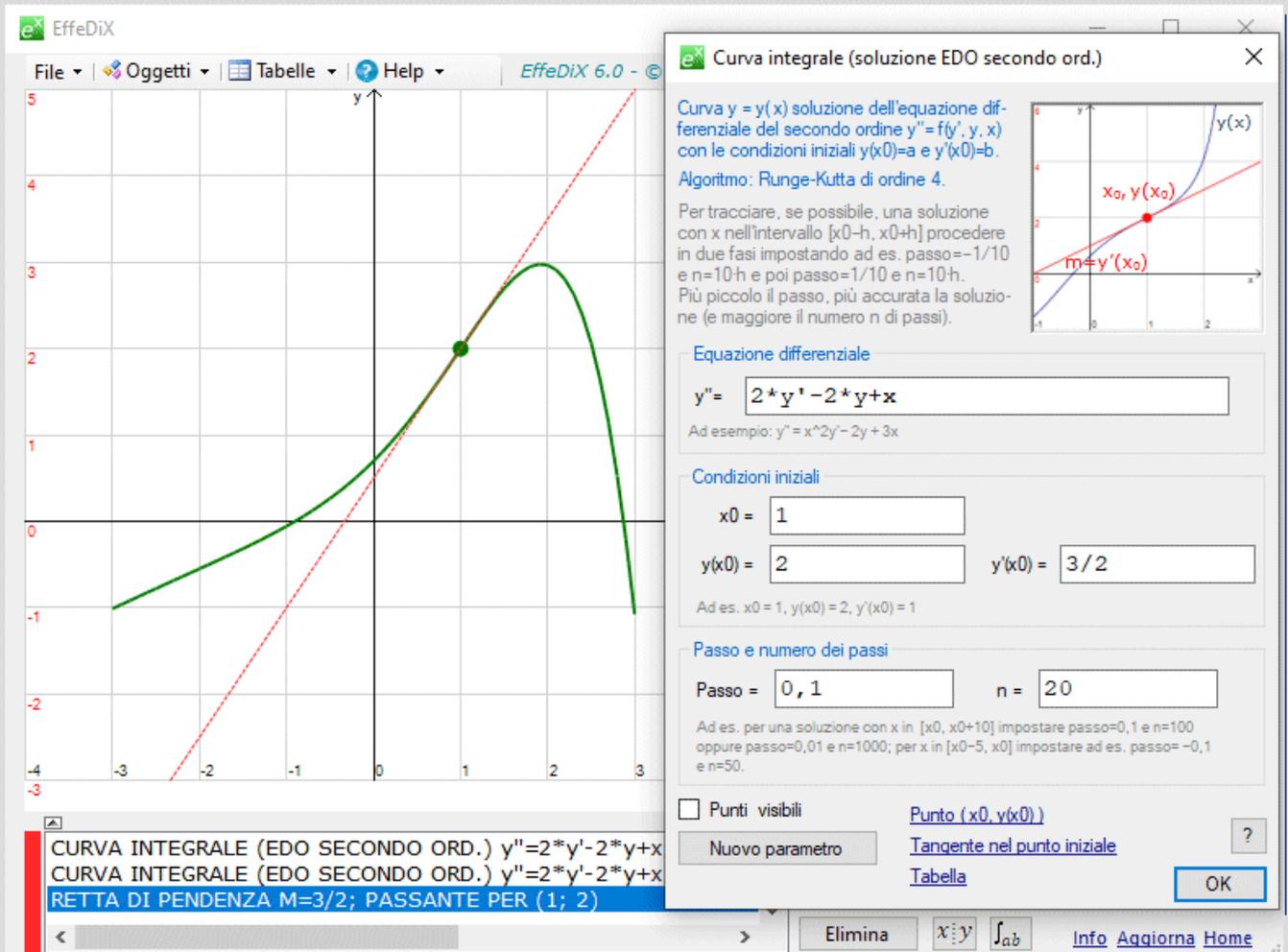
The screenshot displays the EffeDiX software interface. On the left, a graph shows a green curve representing the solution to the differential equation  $y'' = 2y' - 2y + x$  with initial conditions  $x_0 = 1$ ,  $y(x_0) = 2$ , and  $y'(x_0) = 3/2$ . The curve starts at the point (1, 2) and extends to the left. The x-axis ranges from -3 to 3, and the y-axis ranges from -3 to 5. A status bar at the bottom indicates the current point is (1; 2) and the equation being solved is  $y'' = 2 * y' - 2 * y + x$ .

On the right, the 'Curva integrale (soluzione EDO secondo ord.)' dialog box is open. It contains the following settings:

- Equazione differenziale:**  $y'' = 2 * y' - 2 * y + x$ . Example:  $y'' = x^2 y' - 2y + 3x$ .
- Condizioni iniziali:**  $x_0 = 1$ ,  $y(x_0) = 2$ ,  $y'(x_0) = 3/2$ . Example:  $x_0 = 1, y(x_0) = 2, y'(x_0) = 1$ .
- Passo e numero dei passi:** Passo =  $-0,1$ ,  $n = 40$ . Example: for  $x$  in  $[x_0, x_0+10]$  use  $\text{passo}=0,1$  and  $n=100$ ; for  $x$  in  $[x_0-5, x_0]$  use  $\text{passo}=-0,1$  and  $n=50$ .
- Options:**  Punti visibili. Buttons: [Punto \(x0, y\(x0\)\)](#), [Tangente nel punto iniziale](#), [Tabella](#), [OK](#).

Volendo una soluzione più accurata potremmo impostare un passo uguale a -0,01 e 400 passi.

Ora tratteremo la soluzione con passo positivo uguale a 0,1 e 20 passi, in modo che  $x$ , il cui valore iniziale è  $x_0=1$ , vari da 1 a 3. Nella schermata seguente vedete il grafico della soluzione nell'intervallo  $[-3, 3]$ .



Notate che sono rappresentate graficamente anche le condizioni iniziali e cioè il punto  $(1, 2)$  e la retta tangente alla curva soluzione in tal punto (la cui pendenza è  $y'(x_0)=3/2$ ). Entrambi gli oggetti saranno tracciati automaticamente da EffeDiX facendo clic sulle relative opzioni che vedete in blu nella finestra di impostazione della figura precedente.

Per avere valori numerici della soluzione, accurati fino a 8 cifre decimali, potremo generare una tabella: basterà fare clic sull'opzione *Tabella* visibile in blu nella finestra di impostazione della figura precedente. Otterremo la tabella della figura seguente; ad esempio il valore della soluzione  $y(x)$  per  $x=2,5$  è 2,06702214.

**e<sup>x</sup> Tabella curva integrale (algoritmo RK ord. 4)**

Equazione differenziale del secondo ordine  
 $y'' = 2 \cdot y' - 2 \cdot y + x$

Condizioni iniziali  
 $x_0 = 1$      $y(x_0) = 2$      $y'(x_0) = 3/2$

Passo e numero passi  
 Passo = 0,01    n = 200

Cifre decimali (arrotondamento) = 8    [Leggimi](#)    OK

x	y
2,46	2,206109
2,47	2,17264497
2,48	2,13831552
2,49	2,10311109
▶ 2,5	2,06702214
2,51	2,0300391
2,52	1,99215238
2,53	1,95335239
2,54	1,91362954
2,55	1,87297421
2,56	1,83137679
2,57	1,78882766
2,58	1,7453172

Nessun problema durante il calcolo

Vedi anche:

[campi vettoriali](#)

[primitive](#)

[equazioni differenziali del primo ordine](#)

[sistemi autonomi di equazioni differenziali](#)

[sistemi di equazioni differenziali](#)

<sup>1</sup> Per tutte le opzioni che concernono equazioni differenziali, EffeDiX fornisce soluzioni grafico-numeriche (e non analitico-simboliche). Il motore risolutivo si basa sull'algoritmo di Runge-Kutta d'ordine 4.