Luogo di punti

Esempio 1

Nella regione R del piano definita dalle disequazioni

$$-8 \leq x \leq 8 \quad \text{e} \quad -8 \leq y \leq 8$$

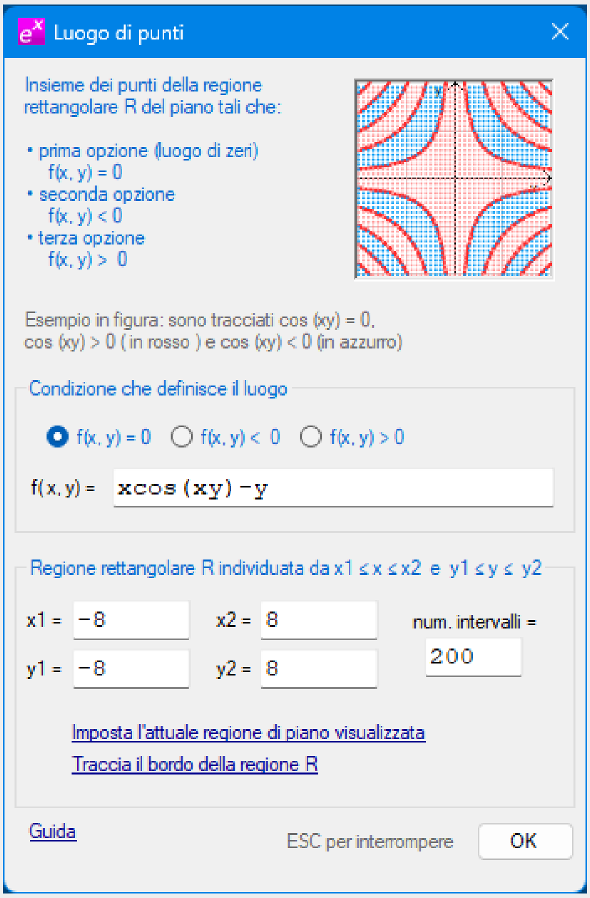
tracciare il luogo di zeri

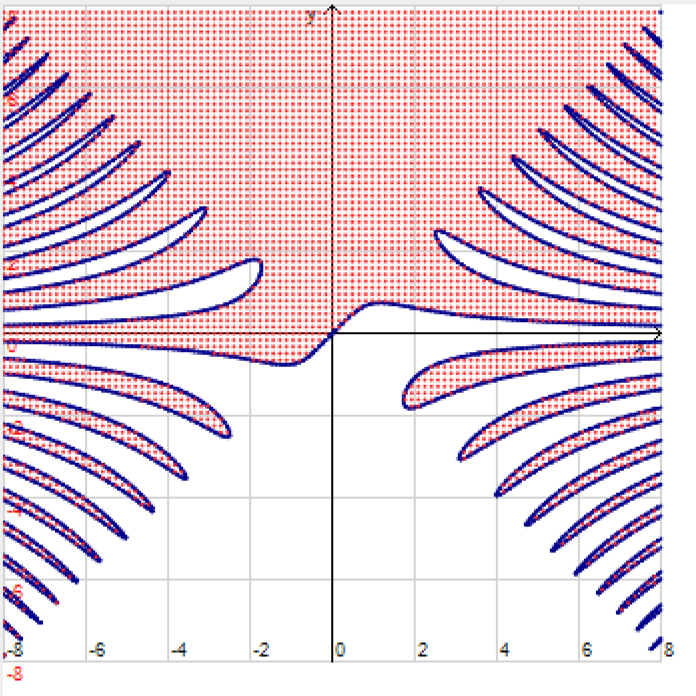
$$x\cos(xy) - y = 0$$

ed evidenziare i punti tali che

$$x\cos(xy) - y < 0$$

Utilizziamo l'opzione *Oggetti grafici – Luogo di punti* di EffeDiX. La prima delle figure seguenti mostra la finestra d'impostazione per il luogo di zeri; per evidenziare i punti che risolvono la disequazione basterà, nella stessa finestra, selezionare l'opzione *f(x, y)<0*. La seconda figura mostra in blu il luogo di zeri e in rosso i punti che verificano la disequazione.





Da notare che nel caso del luogo di zeri esaminato non siamo in grado di risolvere l'equazione né rispetto a *x* né rispetto a *y*.

L'algoritmo utilizzato da EffeDiX per il luogo di zeri procede in questo modo: suddivide la regione in n^2 celle rettangolari dove n è il numero di intervalli su entrambe le dimensioni della regione rettangolare R; per ogni coppia di vertici di ogni cella controlla un eventuale cambio di segno della funzione *f(x, y)*; se verifica un cambio di segno, approssima lo zero per interpolazione lineare. Di solito, qualunque sia la regione impostata, il valore di default di 200 intervalli è soddisfacente. I punti vengono salvati come dati di un grafico a dispersione la cui tabella è consultabile.

Esempio 2

Tracciare nel piano le radici cubiche complesse dell'unità e verificare che si dispongono ai vertici di un triangolo equilatero centrato nell'origine.

Vediamo uno dei possibili modi procedere. Le radici cubiche complesse dell'unità sono le soluzioni complesse dell'equazione

$$z^3 = 1$$

Posto $z = x + i\,y$, con x e y variabili reali, si ha

$$(x + i\,y)^3 - 1 = 0$$

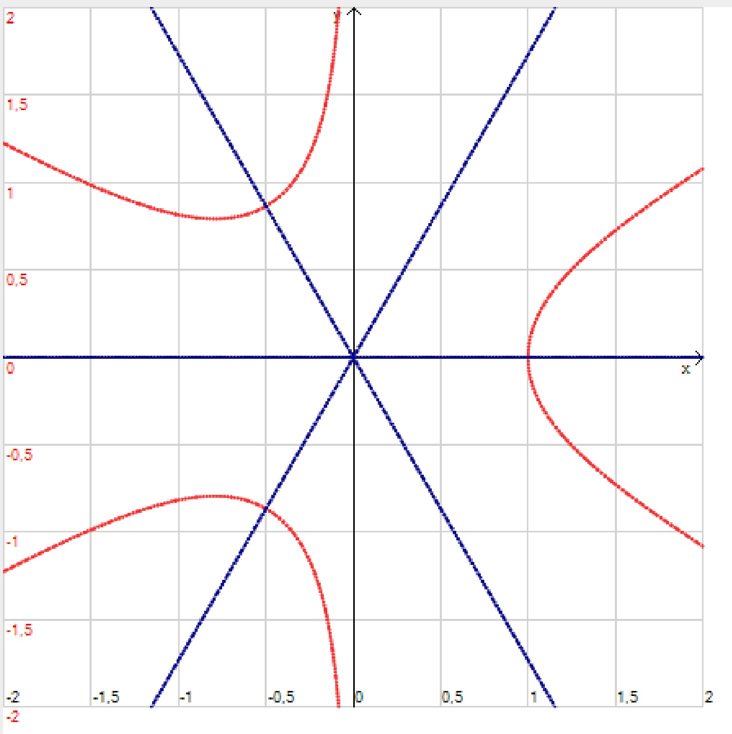
Sviluppando

$$x^3 - 3xy^2 - 1 + i\,(3x^2y - y^3) = 0$$

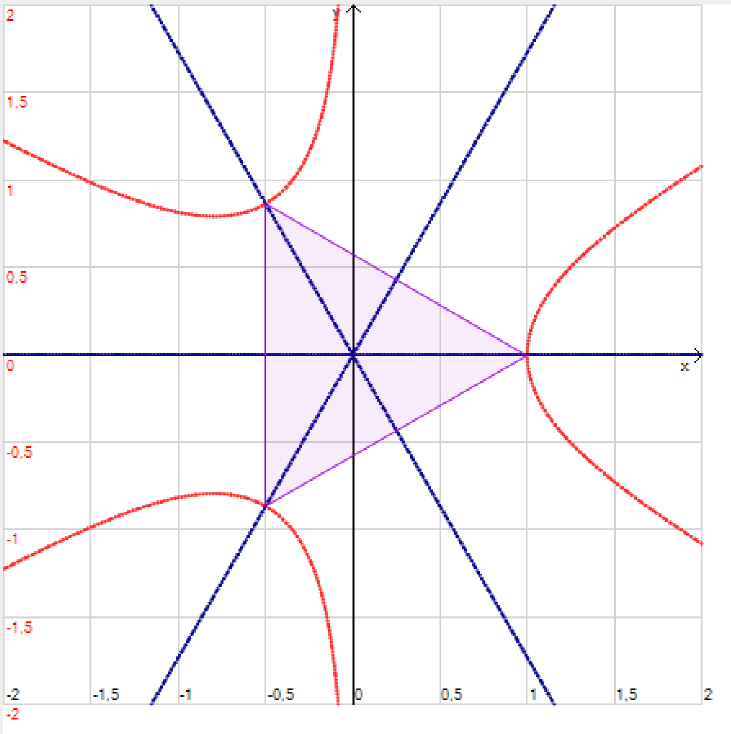
Le soluzioni si trovano rendendo nulle simultaneamente parte reale e parte immaginaria del primo membro dell'equazione, quindi risolvendo il sistema (in incognite reali)

$$x^3 - 3xy^2 - 1 = 0$$
$$3x^2y - y^3 = 0$$

Risolviamo graficamente il sistema utilizzando per entrambe le equazioni l'opzione *Luogo di punti*. La figura seguente mostra i due luoghi che si ottengono, rispettivamente in rosso e in blu.



Si ottengono così tre punti di intersezione dei due luoghi; uno di essi, $z_1 = 1 + 0i$, rappresenta l'unica soluzione reale dell'equazione di partenza. Per verificare che le tre soluzioni sono ai vertici di un triangolo equilatero utilizziamo l'opzione *Poligono regolare* di EffeDiX (poligono di tre lati con centro nell'origine e un vertice in uno qualsiasi dei tre punti soluzione, ad esempio nel punto z_1, vedi figura seguente).



Le tre soluzioni complesse z_1, z_2, z_3 si trovano sulla circonferenza unitaria, puoi ottenere z_2 e z_3 ruotando z_1 rispettivamente di $2/3\pi$ e $4/3\pi$:

$$z_1 = 1$$
$$z_2 = \cos(2/3\pi)+i\,\sin(2/3\pi)$$
$$z_3 = \cos(4/3\pi)+i\,\sin(4/3\pi)$$